



TITLE:

# バス型ローカルエリアネットワークにおけるTREE-CSMA/CD方式の性能評価(待ち行列理論とその周辺)

AUTHOR(S):

河野, 浩之; 室, 章治郎; 尾家, 祐二; 長谷川, 利治

---

CITATION:

河野, 浩之 ...[et al]. バス型ローカルエリアネットワークにおけるTREE-CSMA/CD方式の性能評価(待ち行列理論とその周辺). 数理解析研究所講究録 1985, 564: 22-41

ISSUE DATE:

1985-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/99089>

RIGHT:

## バス型ローカルエリアネットワークにおける TREE-CSMA/CD方式の性能評価

河野 浩之(Hiroyuki KAWANO)\*, 室 章治郎(Shojiro MURO)\*

尾家 祐二(Yuuji OIE)\*\*, 長谷川 利治(Toshiharu HASEGAWA)\*

\*京都大学工学部数理工学科, \*\*佐世保高等専門学校電気工学科

### § 1 はじめに

現在標準化の進められつつある CSMA/CD方式における従来の再送手順では、回線の負荷が一時的に急激に増大した時などに、回線の状態が必ずしも安定していないことが知られている<sup>[8]</sup>。

一方、ランダム多重アクセス方式において木アルゴリズムが、安定したスループット特性を示す方式として注目されている。木アルゴリズムは最初Capetanakis<sup>[2]</sup>, Tsybakov & Mikhailov<sup>[9]</sup>, により提案されたものであり、衝突が起こるたびに同時に再送を試みる端末が細分化されてゆくことと、一旦、衝突が起これば、その衝突に係わっている端末からの伝送が全て成功するまで新しく到着したパケットの伝送を禁じていることとが、回線の安定性を保証する理由として考えられる<sup>[1]</sup>。木アルゴリズムに関しては、衝突解消区間の解析やスループットを上げるための改良等、幅広い研究が、Massey<sup>[3]</sup>, 尾家ら<sup>[5] [6]</sup>, Muro et al.<sup>[4]</sup>らによって行われている。

本稿では回線の安定性を保証するという好特性をもつ木アルゴリズムをバス型ローカルエリアネットワーク上の CSMA/CD方式の再送方式として導入することを試み、TREE-CSMA/CD方式と名付けてその性能評価を行う。

### § 2 TREE-CSMA/CD方式

木アルゴリズムをローカルエリアネットワークに用いるに際して、2つの問題点がある。第一は、従来の木アルゴリズムはスロット化されている点であり、第二は、衝突解消区間の状態を知るために各端末が常に回線を監視する必要がある点である。以上2点のいずれもローカルエリ

アネットワークの伝送方式を考える際には、実現性およびシステムの性能を向上する上で好ましくない特性である。そのため次のような方式を用いることにした。

第一の問題点に対しては、成功パケットを成功スロット、衝突に際して送信される JAM 信号を衝突スロットと考えることにし、各信号の終端により同期を取ることにする。空スロットは、衝突解消区間中 Carrier の無い状態が  $2\tau$  《 $\tau$  ; 最大伝播遅延時間》より長く継続することは無いことを利用して、 $I$  《 $I > 2\tau$ 》の間 Carrier が無い時と考えることにする。なお、本稿で考える JAM 信号の長さを  $2\tau$  とする。以上の方法により非スロット化することができる。

第二の問題点に対しては、幅優先探索木アルゴリズムの特徴として、衝突解消区間中の空スロットは最大連続しても 2 スロットまでであることを利用して、空スロットが 3 スロット連続した時新しい衝突解消区間の始まりと判断することにすれば、各端末は新しく送信するパケットをもった状態になってから《このような状態を活性状態という》、送信が成功するまで回線を監視すれば良いことになる。これを非スロット化したシステムで実現するには、Carrier の無い状態が  $N$  《 $N > 2I + 2\tau$ 》の間続いた後を、新しい衝突解消区間の始まりと判断すれば良い。

次に、TREE-CSMA/CD 方式における衝突解消区間中の次の再送時期を決めるために必要な 2 つの変数《スタック; stack》の操作を述べる。変数 1 は衝突があれば 1 増やし、衝突がなければ 1 減らす。変数 2 は、送信を行った時の衝突では、乱数を用いて変数 1 の値か、変数 1 の値から 1 引いた値に設定し、その他の場合 1 ずつ減らしてゆく。そして、変数 2 が 0 となった次のスロットで再送を行う。

図 2.1 においてスロット付木アルゴリズムの回線の状況を、図 2.2 において TREE-CSMA/CD 方式の回線の状況を示す。なお端末 A, C は網の両端に、B は中央に位置しているとする。

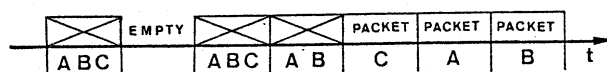
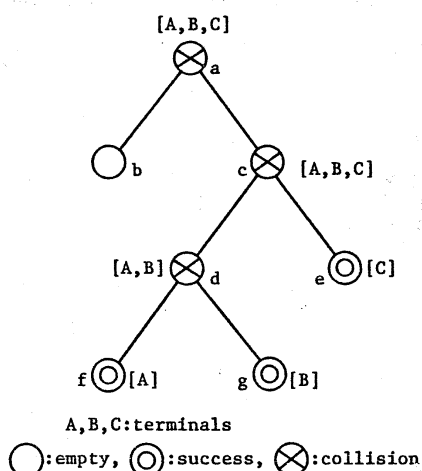


図 2.1 スロット付木アルゴリズム

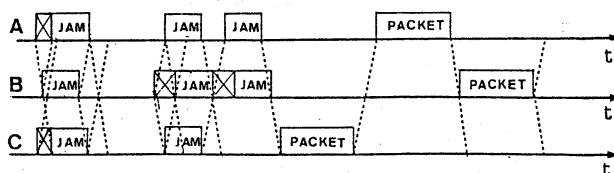


図 2.2 TREE-CSMA/CD方式

### § 3 TREE-CSMA/CD方式の性能の近似解析

スロット化されたシステムにおける木アルゴリズムのスループット—遅延特性の理論的解析が Massey<sup>[3]</sup>によってなされている。本章では、その方法を参考にしながら、非同期化されたシステムでのTREE-CSMA/CD方式の性能の近似解析を行うことにする。

#### 3.1 衝突解消時間の一次、二次モーメントの近似解析

衝突の重複度《互いに衝突しあったパケット数》 $k$ が与えられた時に、その衝突を解消するために必要な時間の平均を $L(k)$ 、その二次モーメントを $S(k)$ 、分散を $V(k)$ で定義すると次式が成立する。

$$V(k) = S(k) - L^2(k) \quad (3.1.1)$$

また、近似解析ではTREE-CSMA/CD方式の回線の時間をスロット化して扱うことにする。図 3.1.1に近似の方法を示す。さらに、解析を簡単にするため、衝突スロットおよび空スロットを1スロットと考え、成功スロットを $L$ スロットと考えることにする。

次に、第1スロットにおいて $k$ 局の衝突があった時の平均衝突時間を求める。 $k$ が0, 1の時は衝突が起こらないので、 $L(k)$ は次のようになる。

$$L(0) = 1, L(1) = L \quad (3.1.2)$$

$k$ が2以上の場合衝突がおき、図 3.1.2に示すように、乱数により2つのグループに分割される。0, 1の乱数を用いれば、 $k$ 局のうち0を発生する局が $i$ 局である確率 $P_k(i)$ は、次式で与えられる。

$$P_k(i) = \binom{k}{i} 2^{-k} \quad (3.1.3)$$

さらに、等確率で2つのグループに分割されることから次の関係式も成立する。

$$P_k(k-i) = P_k(i) \quad (3.1.4)$$

図3.1.2のような衝突解消の過程を考えると明らかに次の関係式が成立する。

$$L(k) = 1 + L(k-i) + L(i) \quad (3.1.5)$$

以上 (3.1.3), (3.1.4), (3.1.5) 式より次の式が導かれる。

$$L(k) = 1 + \sum_{i=0}^k [L(i) + L(k-i)] P_k(i) = 1 + 2 \sum_{i=0}^k L(i) P_k(i) \quad (3.1.6)$$

(3.1.6) 式を  $L(k)$  について解き、次式を得る。

$$L(k) = [1 + 2 \sum_{i=0}^{k-1} L(i) P_k(i)] / (1 - 2^{-k+1}) \quad (3.1.7)$$

表3.1.1 に (3.1.7) 式の初め数項の式を与える。表3.1.1 からわかるように、次式が成立する。

$$L(k) \approx (1.9 + L)k - 1 \quad (3.1.8)$$

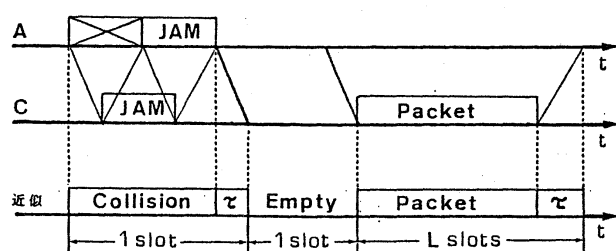


図 3.1.1 スロット化の近似

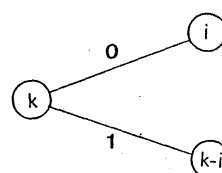


図 3.1.2 グループの分割

表 3.1.1  
重複度による平均衝突解消時間

k	L(k)
0	1
1	L
2	3 + 2L
3	14/3 + 3L = 4.667 + 3L
4	137/21 + 4L = 6.524 + 4L
5	8.419 + 5L
6	10.313 + 6L

ここで

$$L(k) \leq \alpha_{um} k - 1 \quad (k \geq m)$$

を満たす上限  $\alpha_{um}$  の評価を行うことにする。まず、クロネッカーのデルタ  $\delta_{ij} = 0 (i \neq j), 1 (i = j)$  をもちいて、次の評価式を得る。

$$L(k) \leq \alpha_{um} k - 1 + \sum_{i=0}^{m-1} \delta_{ik} (L(i) - \alpha_{um} i + 1) \quad (3.1.9)$$

(3.1.9) 式はすべての  $k$  について成立する。また、明らかに次式が成立する。

$$\sum_{i=0}^{k-1} i P_k(i) = \sum_{i=0}^k i P_k(i) - k P_k(k) = \frac{k}{2} (1 - 2^{-k+1}) \quad (3.1.10)$$

(3.1.7) 式の右辺の  $L(i)$  に (3.1.9) 式, (3.1.10) 式を代入することにより次式を導くことができる。

$$L(k) \leq \alpha_{um} k - 1 + [2 \{ \sum_{i=0}^{m-1} (L(i) - \alpha_{um} i + 1) P_k(i) \} / (1 - 2^{-k+1})] \quad (3.1.11)$$

(3.1.11) 式右辺の [ ] 内の式に関して

$$\sum_{i=0}^{m-1} (L(i) - \alpha_{um} i + 1) P_k(i) \geq 0 \quad (k \geq m) \quad (3.1.12)$$

が成立し、さらに変形することにより次式を得る。

$$\alpha_{um} \sum_{i=0}^{m-1} i P_k(i) \geq \sum_{i=0}^{m-1} (L(i) + 1) P_k(i) \quad (3.1.13)$$

以上より、上限  $\alpha_{um}$  を評価する次式が導かれた。

$$\alpha_{um} = \sup_{k \geq m} \left[ \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} (L(i) + 1)}{\sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} i} \right] \quad (3.1.14)$$

同様の方法により

$$L(k) \geq \alpha_{lm} k - 1 \quad (k \geq m)$$

を満足する下限  $\alpha_{lm}$  の評価を行うと

$$\alpha_{lm} = \inf_{k \geq m} \left[ \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} (L(i) + 1)}{\sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} i} \right] \quad (3.1.15)$$

が導かれる。

表 3.1.2 に (3.1.14) 式および (3.1.15) 式の初め数項の式を与える。

表 3. 1. 2  
 $\alpha$  の上限および下限

m	$\alpha_{um}$	(3.1.14) 式を 最大とする k	$\alpha_{lm}$	(3.1.15) 式を 最小とする k
2	2+L	2	1+L	$\infty$
3	2+L	$\infty$	1.8750+L	4
4	1.8965+L	14	1.8810+L	4
5	1.8867+L	8	1.8810+L	$\infty$

m=5 の場合から

$$1.8810+L \leq \alpha \leq 1.8867+L \quad (3.1.16)$$

が成立し、 $L(k)$  に関して次式が成立する。

$$(1.8810+L)k-1 \leq L(k) \leq (1.8867+L)k-1 \quad (k \geq 4) \quad (3.1.17)$$

次に、 $V(k)$  および  $S(k)$  の評価を考える。衝突後 0 の値が発生される局を  $X_0$  と定義する。この時、 $S(k)$  について、次の関係式が与えられる。

$$\begin{aligned} S(k) &= \sum_{i=0}^k E(Y^2 | X=k, X_0=i) P_k(i) = \sum_{i=0}^k [Var(Y | X=k, X_0=i) + E^2(Y | X=k, X_0=i)] P_k(i) \\ &= \sum_{i=0}^k [V(i) + V(k-i) + (1+L(i) + L(k-i))^2] P_k(i) \\ &= \sum_{i=0}^k [2V(i) + (1+L(i) + L(k-i))^2] P_k(i) \quad (k \geq 2) \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

(3.1.18) 式を  $V(k)$  について解くことができ、次式を得る。

$$V(k) = [2 \sum_{i=0}^{k-1} V(i) P_k(i) + \sum_{i=0}^k (1+L(i) + L(k-i))^2 P_k(i) - L^2(k)] / (1 - 2^{-k+1}) \quad (3.1.19)$$

ここで、重複度  $k=0,1$  の時は、明らかに次式が成立する。

$$V(0) = V(1) = 0 \quad (3.1.20)$$

表 3.1.3 に  $V(k)$  および  $S(k)$  の初めの数項の式を与える。さらに  $V(k)$  を評価するために、Jensen の不等式を用いて次式が得られる<sup>[10]</sup>。

$$\sum_{i=0}^k (1+L(i) + L(k-i))^2 P_k(i) \geq \left\{ \sum_{i=0}^k (1+L(i) + L(k-i)) P_k(i) \right\}^2 \quad (3.1.21)$$

(3.1.19) 式に (3.1.21) 式を代入して

$$V(k) \geq 2 \sum_{i=0}^{k-1} V(i) P_k(i) / (1 - 2^{-k+1}) \quad (3.1.22)$$

が得られ、さらに  $L(k)$  の評価を行った手法を用いることによって、  
 $V(k) \geq \beta_{\ell m} k$  ( $k \geq m$ ) なる下限  $\beta_{\ell m}$  を求めると、 $\beta_{\ell m}$  は次式のように書かれる。

$$\beta_{\ell m} = \inf_{k \geq m} \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} V(i) / \sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} 1 \right] \quad (3.1.23)$$

また、 $V(k) \leq \beta_{um} k$  ( $k \geq m$ ) なる上限  $\beta_{um}$  を求めるために以下の3式が成立することは重要である。

$$L(1) + L(k-1) < L(k) \quad (0 < 1 < k) \quad (3.1.24)$$

$$L(1) + L(k-1) < L(k) - 1 \quad (3.1.25)$$

$$P_k(1) = kP_k(0) \geq 3P_k(0) \quad (k \geq 3) \quad (3.1.26)$$

(3.1.24), (3.1.25), (3.1.26) 式より容易に

$$\sum_{i=0}^k (1 + L(i) + L(k-i))^2 P_k(i) < (L(k) + 1)^2 \quad (k \geq 3) \quad (3.1.27)$$

が導かれ、(3.1.27) 式を (3.1.19) 式に代入して  $V(k)$  が評価される。

$$V(k) < [2 \sum_{i=0}^{k-1} V(i) P_k(i) + 2L(k) + 1] / (1 - 2^{-k+1}) \quad (3.1.28)$$

再度、同様の手法により、 $V(k) \leq \beta_{um} k$  ( $k \geq m$ ) を満たす上限  $\beta_{um}$  を求めると、 $\beta_{um}$  は次式のように書かれる。

$$\beta_{um} = \sup_{k \geq m} \left\{ \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} V(i) + \alpha_m k - \frac{1}{2} \right] / \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \binom{k}{i} 1 \right] \right\} \quad (3.1.29)$$

表3.1.4 に (3.1.15), (3.1.29) 式によって与えられる初めの数項を示した。  
 以上の評価により  $V(k)$  に対して次式が成立する。

$$3.359k \leq V(k) \leq (3.388 + \frac{L}{63})k \quad (k \geq 4) \quad (3.1.30)$$

また、(3.1.1), (3.1.17), (3.1.30) 式より、 $S(k)$  に対して次式が成立する。

$$S(k) \leq \{(1.8867 + L)k - 1\}^2 + (3.388 + \frac{L}{63})k \quad (k \geq 3)$$

$$S(k) \geq \{(1.8810 + L)k - 1\}^2 + 3.359k \quad (k \geq 3) \quad (3.1.31)$$



表 3. 1. 3  
分散および二次モーメント

k	V ( k )	k	S ( k )
0	0	0	1
1	0	1	$L^2$
2	8	2	$8 + (3+2L)^2$
3	$88/9 = 9.78$	3	$88/9 + (14/3+3L)^2$
4	$=13.53$	4	$13.53 + (137/21+4L)^2$
5	$=16.94$	5	$16.94 + (8.419+5L)^2$
6	$=20.32$	6	$20.32 + (10.313+6L)^2$

表 3. 1. 4  
 $\beta$  の上限および下限

m	$\beta$	(3.1.29) 式を 最大とする k	m	$\beta$	(3.1.29) 式を 最小とする k
3	4	$\infty$	3	2.666	3
4	$3.363+L/7$	4	4	3.111	4
5	$3.391+L/15$	5	5	3.272	5
6	$3.391+L/31$	6	6	3.333	6
7	$3.3884+L/63$	7	7	3.359	7

### 3.2 平均スループット－遅延の近似解析

システムへの新しいパケットの到着が、定常的なポアソン過程に従う場合を考える。ここで第  $i$  - 衝突解消時間の長さを  $Y_i$ ，第一スロットに参加したパケット数を  $X_i$  で定義する。また、初期条件に  $X_0=0, Y_0=1$  を与えておく。仮定より次式が成立する。

$$P(X_{i+1}=k|Y_i=L) = \frac{(\lambda L)^k}{k!} e^{-\lambda L} \quad (k=0,1,2,3\cdots) \quad (3.2.1)$$

平均を考えて (3.2.2) 式さらに両辺に  $P(Y_i=L)$  を掛けて  $L$  について和をとれば、次式が求められる。

$$E(X_{i+1}=k|Y_i=L) = \lambda L \quad (3.2.2)$$

$$E(X_{i+1}) = \lambda E(Y_i) \quad (3.2.3)$$

(3.1.14) 式で  $m=2$  における上限を用いることにより次式が導かれる。

$$L(k) \leq (2+L)k - 1 + 2\delta_{0k} - \delta_{1k} \quad (k \geq 0) \quad (3.2.4)$$

ここで、 $E(Y_i|X_i=k) = L(k)$  を用いれば、(3.2.4) 式は

$$E(Y_i|X_i=k) \leq (2+L)k - 1 + 2\delta_{0k} - \delta_{1k} \quad (k \geq 0) \quad (3.2.5)$$

となり、さらに  $P(X_i=k)$  を掛けて  $k$  について和をとれば

$$E(Y_i) \leq (2+L)E(X_i) - 1 + 2P(X_i=0) - P(X_i=1) \quad (3.2.6)$$

が求められる。ここで  $P(X_i=0)$  の上限 1、 $P(X_i=1)$  の下限 0 を用いると、次の式が成立する。

$$E(Y_i) - (2+L)\lambda E(Y_{i-1}) \leq 1 \quad (3.2.7)$$

初期条件から、次式が導かれる。

$$E(Y_i) \leq \frac{1}{1 - (2+L)\lambda} [1 - \{(2+L)\lambda\}^i] \quad (i \geq 0) \quad (3.2.8)$$

(3.2.8) 式は  $\lambda < \frac{1}{2+L}$  の時に  $i \rightarrow \infty$  で  $E(Y_i)$  が極限值を持つことを示している。

一方、(3.1.15)式における下限を用いることによって(3.2.4)式、(3.2.8)式を求めたのと同様の手法により次の二式が求められる。

$$L(k) \geq (1+L)k - 1 + 2\delta_{0k} \quad (3.2.9)$$

$$E(Y_i) \geq \frac{1}{1 - (1+L)\lambda} [1 - \{(1+L)\lambda\}^i] \quad (i \geq 0) \quad (3.2.10)$$

(3.2.10)式は、 $\lambda > \frac{1}{1+L}$  の時、 $i \rightarrow \infty$  で  $E(Y_i)$  が極限值を持たないことを示している。以上の評価に対して(3.1.17)式を用いてより厳密な評価式を与える。この時、 $E(Y_i)$  の  $i \rightarrow \infty$  での極限値を  $E(Y_\infty)$  と定義する。

$$\lambda < \frac{1}{1.8867+L} \text{ (Packets/slot)} \quad \text{で } E(Y_\infty) \text{ は有限}$$

$$\lambda > \frac{1}{1.8810+L} \text{ (Packets/slot)} \quad \text{で } E(Y_\infty) \text{ は無限大}$$

となる。以上により TREE-CSMA/CD方式について  $\lambda < \frac{1}{1.8867+L}$  で安定であり、 $\lambda > \frac{1}{1.8810+L}$  で不安定となることが明らかになり、スループットの上限が

$$\frac{1}{1.8867+L}$$

で求められる。

以上の評価により  $\lambda < \frac{1}{1.8867+L}$  において定常状態が存在することが明らかになり、その定常状態のもとで以下の定義を行う。

$$\pi_k = P(X_\infty=k) \triangleq \lim_{i \rightarrow \infty} P(X_i=k) \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (3.2.11)$$

$$P(Y_\infty=L) \triangleq \lim_{i \rightarrow \infty} P(Y_i=L) \quad (3.2.12)$$

さらに、最初の  $n$  個の衝突解消区間中に含まれる重複度  $k$  の衝突解消区間の数を  $n_k$ 、長さ  $L$  の衝突解消時間の数を  $n'_L$  とする時、 $\pi_k$ 、 $P(Y_\infty=L)$  は次のように表される。

$$\pi_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_k}{n} \quad (3.2.13)$$

$$P(Y_\infty=L) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n'_L}{n} \quad (3.2.14)$$

ここで新しくパケットが到着した時に進行中の衝突解消時間の長さを  $Y_a$  で定義すると

$$P(Y_a=L) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L n'_L}{\sum_{i=1}^{\infty} i n'_i} \quad (3.2.15)$$

が成立し、右辺の分子と分母を  $n$  で割って (3.2.14) 式を用いれば

$$P(Y_a=L) = \frac{L P(Y_\infty=L)}{E(Y_\infty)} \quad (3.2.16)$$

が得られ、両辺に  $L$  を掛けて  $L$  で和を取ることにより次式を得る。

$$E(Y_a) = \frac{E(Y_\infty^2)}{E(Y_\infty)} \quad (3.2.17)$$

ここで  $E(Y_\infty^2) \triangleq \lim_{i \rightarrow \infty} E(Y_i^2)$  と定義しておく。

次に、パケットが送信に成功する衝突解消時間の長さを  $Y_d$  で定義し、その衝突解消区間に含まれるパケット数を  $X_d$  と定義する。 $E(X_d|Y_a=L) = \lambda L$  の両辺に  $P(Y_a=L)$  を掛けて  $L$  で和を取れば、次式が成立する。

$$E(X_d) = \lambda E(Y_a) \quad (3.2.18)$$

さらに、表 3.1.1 より次式の成立を確かめられる。

$$E(Y_d|X_d=k) = L(k) \leq (1.89+L)k - 1 + 2\delta_{0k} - 0.89\delta_{1k} \quad (3.2.19)$$

ところで、 $P(X_d=1|Y_a=L) = \lambda e^{-\lambda L} = \lambda L P(X_d=0|Y_a=L) \geq \lambda P(X_d=0|Y_a=L)$  が成立することより  $P(X_d=1) \geq \lambda P(X_d=0)$ 。また、 $P(X_d=0|Y_a=L) = e^{-\lambda L} \leq e^{-\lambda}$  が成立することより  $P(X_d=0) \leq e^{-\lambda}$  である。以上の評価を用いて、(3.2.19) 式の両辺に  $P(X_d=k)$  を掛けて  $k$  で和をとれば、次の評価式を得る。

$$E(Y_d) \leq (1.89+L)\lambda E(Y_a) + (2-0.89\lambda)e^{-\lambda} - 1 \quad (3.2.20)$$

同様に  $E(Y_d|X_d=k)$ 、 $E(Y_d)$  を下から評価すればと次のようになる。

$$E(Y_d | X_d = k) = L(k) \geq (1.88 + L)k - 1 + 2\delta_{0k} - 0.88\delta_{1k} \quad (3.2.21)$$

$$E(Y_d) \geq (1.88 + L)E(X_d) - 1 + 2P(X_d = 0) - 0.88P(X_d = 1) \quad (3.2.22)$$

また  $P(X_d = 1) \leq 1 - P(X_d = 0)$  が成立し、また  $P(X_d = 0 | Y_a = L) = e^{-\lambda L}$  に  $P(Y_a = L)$  を掛けて  $L$  で和を取り Jensen の不等式を用いれば  $P(X_d = 0) \geq e^{-\lambda E(Y_a)}$  が成立する。以上により、 $E(Y_d)$  が (3.2.20) 式と対応して次のように評価される。

$$E(Y_d) \geq (1.88 + L)\lambda E(Y_a) - 1.88 + 2.88 e^{-\lambda E(Y_a)} \quad (3.2.23)$$

ここで、TREE-CSMA/CD方式の衝突解消区間の特徴について考える。各衝突解消区間の間には、図3.2.1に示したような長さ  $N$  を持つ区間が存在する。ここでは図3.1.1の近似において1スロットを  $5\tau$  で評価することにする。 $I$  は  $3\tau$  で十分なので  $N$  を2スロットと評価できる。以上を考慮した時に新しく到着するパケットが参加できない衝突解消時間の長さを  $Y'_a$ 、送信に成功する衝突解消時間の長さを  $Y'_d$  とする。さらに、新しく到着するパケットは平均して、進行中の衝突解消区間の中央で到着すること、および、到着したパケットは遅くとも次の衝突解消区間の最後で送信成功することと、平均的には次の衝突解消区間の中央で送信成功することを考えて、次のように平均遅延時間が評価される。

$$\frac{1}{2}E(Y'_a) + \frac{1}{2}E(Y'_d) \leq E(D) \leq \frac{1}{2}E(Y'_a) + E(Y'_d) \quad (3.2.24)$$

また、(3.2.16)式を考慮して  $E(Y'_a)$  を評価すれば、次式が得られる。

$$\frac{1}{3}E(Y_a) \leq E(Y'_a) \leq E(Y_a) + 4 \quad (3.2.25)$$

ここで(3.1.31)式を用いて

$$S(k) \leq (1.89 + L)k^2 - (0.392 + \frac{125}{63}L)k + 1 - (4.180 + 1.795L)\delta_{1k} + (2.495 + 0.848L)\delta_{2k} \quad (3.2.26)$$

を得、

$$E(Y_\infty^2) = \sum_{k=0}^{\infty} E(Y^2 | X=k)P(X=k) = \sum_{k=0}^{\infty} S_k \pi_k$$

という関係式が成立することを考えれば、(3.2.26)式の両辺に  $\pi_k$  を掛けて  $k$  で和を取ると次式が得られる。

$$E(Y_{\infty}^2) \leq (1.89 + L)^2 E(X_{\infty}^2) - (0.392 + \frac{125}{63}L)E(X_{\infty}) + 1 - (4.180 + 1.795L)\pi_1 + (2.495 + 0.848L)\pi_2 \quad (3.2.27)$$

さらに  $E(X_{i+1}|Y_i=L) = \lambda L + (\lambda L)^2$  を用いることによって

$$E(X_{\infty}^2) = E(X_{\infty}) + \lambda^2 E(Y_{\infty}^2) \quad (3.2.28)$$

$$E(Y_{\infty}) = \sum_{k=0}^{\infty} L(k)\pi_k = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} (L_k - 1)\pi_k \geq 1 + (2L + 2)\pi_2$$

を得る。よって、次式が導かれる。

$$\frac{1 + (2L + 2)\pi_2}{E(Y_{\infty})} \leq 1 \quad (3.2.29)$$

(3.2.27)式に関して、(3.2.28), (3.2.29) 式および  $\pi_1 = 0$  という関係を用いて  $E(Y_a)$  を評価すれば、次式が得られる。

$$E(Y_a) \leq \frac{\{(1.89 + L)^2 - (0.392 + \frac{125}{63}L)\}\lambda + 1}{\{1 - (1.89 + L)^2\lambda^2\}} \quad (3.2.30)$$

さらに、

$$S(k) \geq (1.88 + L)^2 k^2 - (0.401 + 2L)k + 1 - (4.1334 + 1.76L)\delta_{1k} + (2.6644 + 0.96L)\delta_{2k} \quad (3.2.31)$$

の評価式を用いると、同様の手法で  $E(Y_a)$  を下から評価することができる。その際(3.2.19)式を用いて  $\pi_1$  を次のように評価しておく。

$$E(Y_{\infty}) \leq \frac{1 - 2.89\pi_1}{1 - (1.89 + L)\lambda}$$

ここで  $E(Y_{\infty}) \geq 1$  であり、かつ TREE-CSMA/CD方式が安定であるためには、

$$\pi_1 \leq \frac{1.89 + L}{2.89} \lambda \quad (3.2.32)$$

でなければならない。結局  $E(Y_a)$  は次のように下から評価される。

$$E(Y_a) \geq \frac{\{(1.88 + L)^2 - (0.401 + 2L)\}\lambda + 1 - \frac{(1.89 + L)(4.1334 + 1.76L)}{2.89}}{\{1 - (1.88 + L)^2\lambda^2\}} \quad (3.2.33)$$

以上により、(3.2.24)式は、(3.2.25), (3.2.30), (3.2.33)式および

$$E(Y_d) \leq (1.89 + L)\lambda E(Y_a') + (2 - 0.89\lambda)e^{-\lambda} - 1 \quad (3.2.20)'$$

$$E(Y_d) \geq (1.88 + L)\lambda E(Y_a') - 1.88 + 2.88e^{-\lambda E[Y_a']} \quad (3.2.23)'$$

$$E(Y_d') = E(Y_d + 2) = E(Y_d) + 2 \quad (3.2.34)$$

から、近似的に評価される。

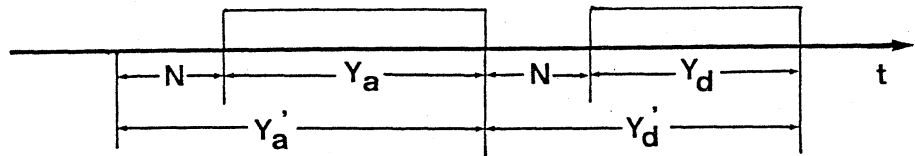


図 3.2.1 衝突解消区間の間の特徴

#### § 4 シミュレーション実験による従来の CSMA/CD 方式と

##### TREE-CSMA/CD 方式の性能比較

##### 4.1 シミュレーションモデル

TREE-CSMA/CD方式と従来の Back-offプロトコルによるCSMA/CD方式を比較するためにシミュレーション実験を行った。このシミュレーションモデルは、できるだけ現実の状態を、反映させることを試みている。時間軸をスロット化しないバス型ローカルエリアネットワークを考え、各局間の伝播遅延時間も考慮してある。さらにパケットの衝突に際して、ある一定時間の JAM信号を送信することにし、これに対しても各局間の伝播遅延時間を考慮してある。また各局へのパケットの到着間隔は指数分布に従い、高トラヒックでも送信できるように局のバッファ容量を6とする。なお、TREE-CSMA/CD方式の I, N の値はそれぞれ  $3\tau$ ,  $9\tau$  とする。一方、従来の Back-offプロトコルによる CSMA/CD方式の場合平均値  $m(L)$  の一様乱数を発生させて、再送遅延時間を決定し、伝送成功の場合 L を 0 とする。さらに、各局はパケットの送信時において Carrierを検出した場合 Carrierが回線上になくなるまで待つ、Persistent系とする。その他の基本パラメータに関しては標準的な値を用い表4.1.1 に示してある。Back-offプロトコルに関しては文献[5]を参考にした。

(IEEE802.3 プロジェクトのバス型ローカルエリアネットワークでの CSMA/CD プロトコルの標準化のパラメータ値を参考にした。)

シミュレーション実験は、40000 個のパケットの伝送が成功するまで行い、そこから31個の標本をとって平均遅延時間に関して95%の信頼区

間を求めた。さらに31000個のパケットに関して、各パケットの遅延時間を求め変動係数を求めた。

表 4.1.1  
基本パラメータ

基本パラメータ	数値
端末数	100局
最大伝播遅延時間	5 $\mu$ sec
回線容量	10Mbps
パケット長	5000bits
JAM長	100bits
バッファ容量	6

## 4.2 性能比較

4.1 に従いシミュレーション実験を行った結果、各パケットの遅延の変動係数は注目すべきものとなっている。つまり、平均遅延時間がほぼ等くても変動係数が小さい場合は各パケットの遅延時間がほぼ一致している点で先着順サービスに近い状態でパケットの伝送が成功していると考えられる。

## §5 近似解析の評価と考察

3章における近似解析の評価を4章におけるシミュレーション実験と比較することによって行う。数値計算より、低トラヒックにおいては近似解析とシミュレーション実験が比較的よく一致している。しかしながら高トラヒックにおいては、3.2 の  $\pi_1, \pi_2$  の近似の悪さが出ている。

また、近似解析によってパケット長とスループット-遅延特性を考えると、短いパケットほどスループット-遅延特性を劣化させることが考察される。これは、パケット長が短くなると衝突検出機構が有効に働かないことに起因すると考えられる。

## §6. むすび

本稿では、木アルゴリズムを CSMA/CD方式における再送方式として用いた TREE-CSMA/CD方式を提案し、そのスループット-遅延特性の近似解析およびシミュレーション実験を行い、提案したプロトコルの性能評価を行った。その結果、次のようなことが明らかになった。TREE-CSMA/CD

方式は高トラヒック下でも、遅延の分散は小さく、先着順サービスに近い状態でパケット伝送に成功し、極端に遅延が大きくなることはない。このことは、回線の安定性を保証する一つの要因とかがえられる。また、TREE-CSMA/CD方式の入力トラヒックスループット特性について、OPB(Optimal Back-off)に従うCSMA/CD方式の性能特性と同様の性能が、パケット保有局数の情報を知らなくても実現できるということは、TREE-CSMA/CD方式が優れていることを示す一つの証拠と考えられる。

今後の課題としては、スループット-遅延特性の近似解析の精度をあげることなどが考えられる。

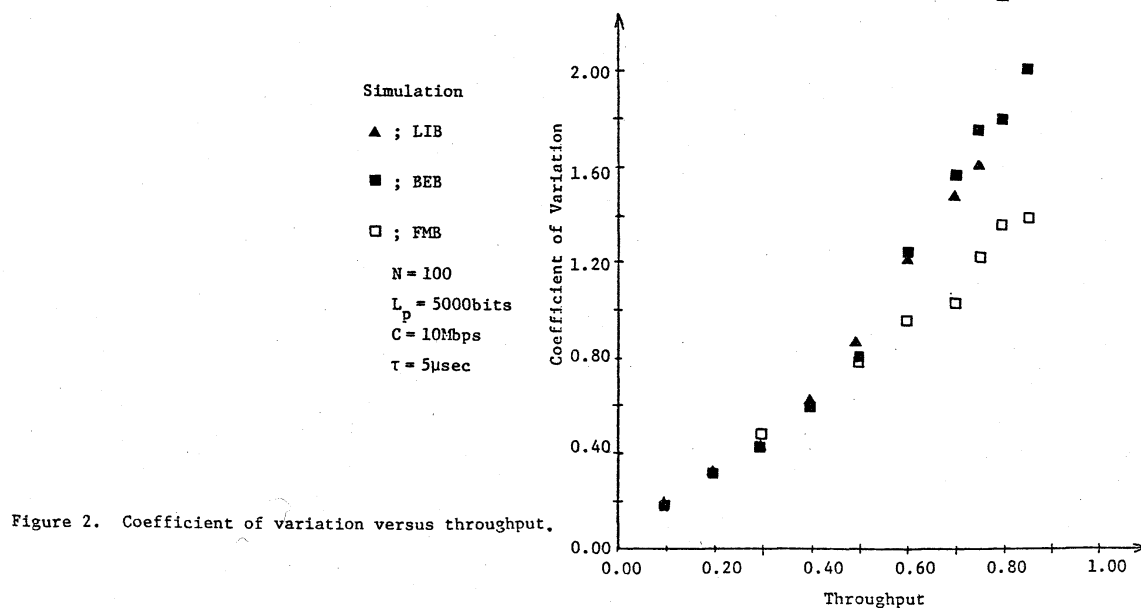
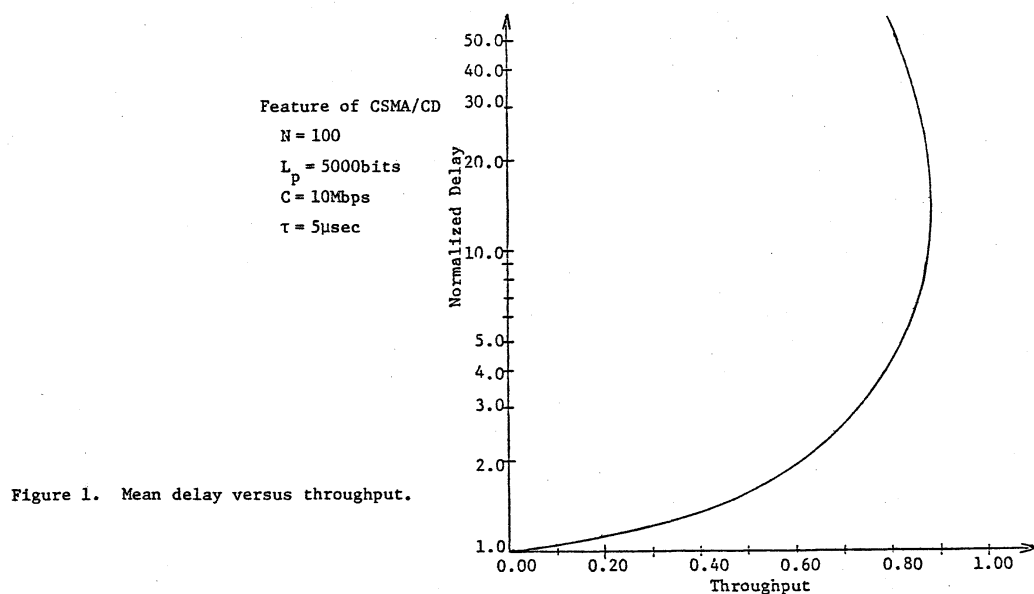
謝辞 末筆ながら、本稿に関して御討論頂いた京都大学大学院生柴田一氏には深謝の意を表す。

## § 7. 参考文献

- [1] Capetanakis, J.I., "Generalized TDMA: The Multi-Accessing Tree Protocol", IEEE Trans. Commun., Vol.COM-27, No.10, pp1476-1484, 1979.
- [2] Capetanakis, J.I., "Tree Algorithm for Packet Broadcast Channels", IEEE Trans. Inf. Theory, Vol.IT-25, No.5, pp505-515, 1979.
- [3] Massey, J.L., "Collision-resolution algorithms and random-access communications", Tech. Rep. UCLA-ENG-8016, School of Engineering and Applied Science, University of California, Los Angeles, 1980.
- [4] Muro, S., Oie, Y., and Hasegawa, T., "Asymptotic Behavior of Collision Resolution Time of D-ary Symmetrical Tree Algorithm", Proc. ICC85, to appear.
- [5] 野村, 岡田, 中西, "Back-offプロトコルを考慮したCSMA/CD方式の性能評価", 信学論(D), Vol.J67-D, No.2, PP184-191, 1984.
- [6] 尾家, 室, 長谷川, "衛星通信システムにおける適応型木プロトコルの解析", 信学論(D), Vol.J67-D, No.6, pp685-692, 1984.



- [7] 尾家, 室, 長谷川, "ランダム多重アクセス方式における衝突解消アルゴリズム", 電子通信学会技術研究報告, S84-21, pp65-70, 1984.
- [8] Tobagi, F.A. and Hunt, V.B., "Performance Analysis of Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection", North-Holland Publishing Company, Computer Networks 4, pp245-259, 1980.
- [9] Tsybakov, B.S. and Mikhailov, V.A., "Free synchronous packet access in a broadcast channel with feedback", Prob. Inform. Transmission, Vol.14, No.4, pp259-280, 1978.
- [10] Viterbi, A.J. and Omura, J.K., "Principle of Digital Communication and Coding", McGraw-Hill, New York, pp40-42, 1979.



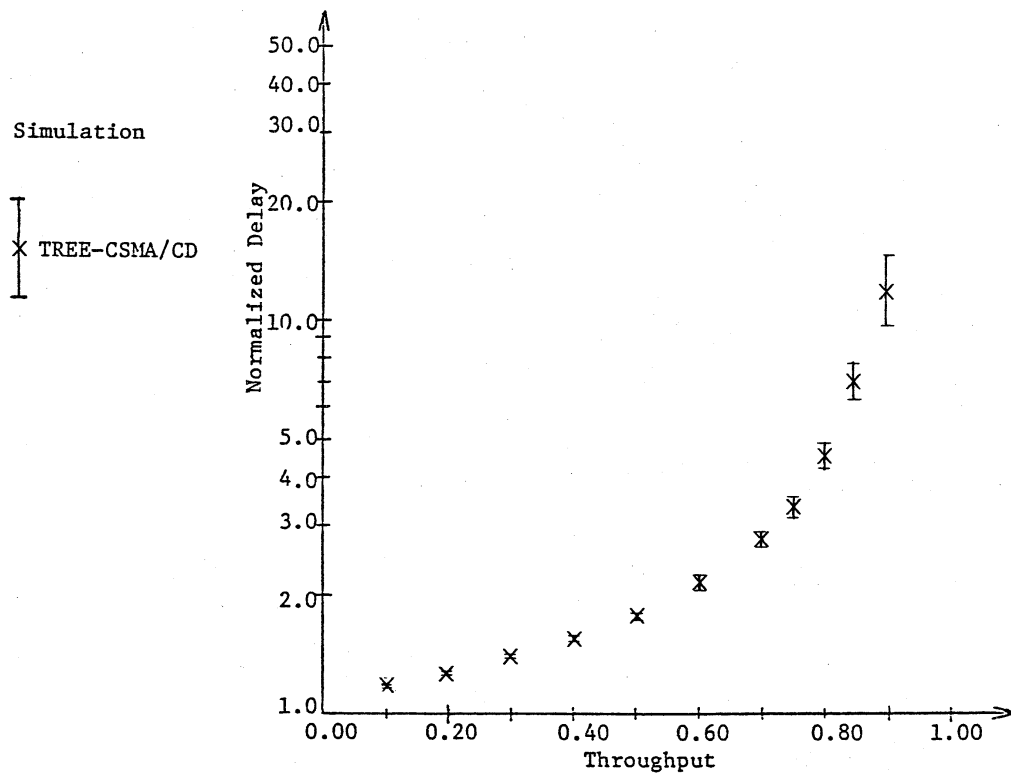


Figure 3. Mean delay versus throughput.

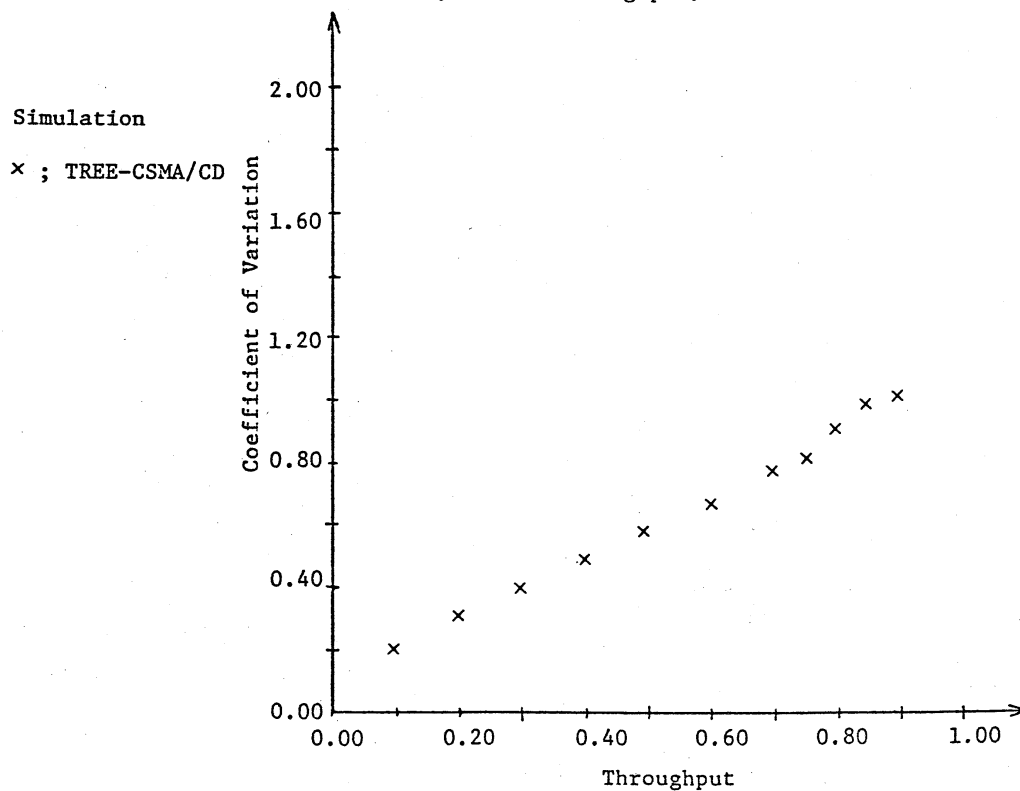


Figure 4. Coefficient of variation versus throughput.

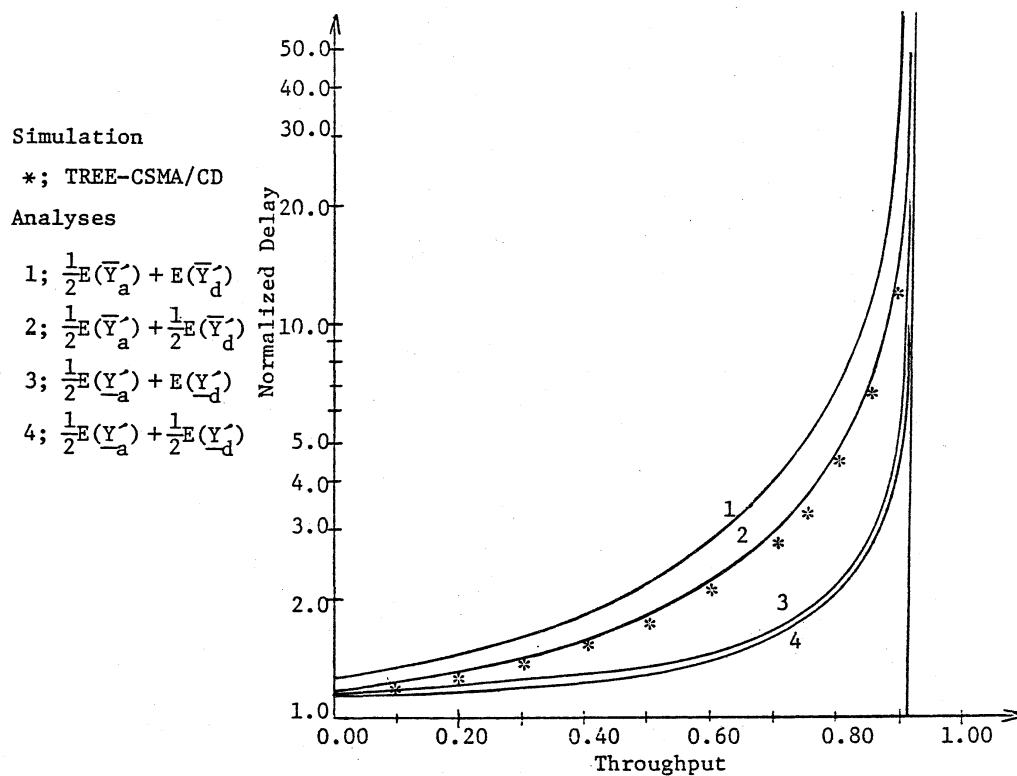


Figure 5. Comparison of analyses.

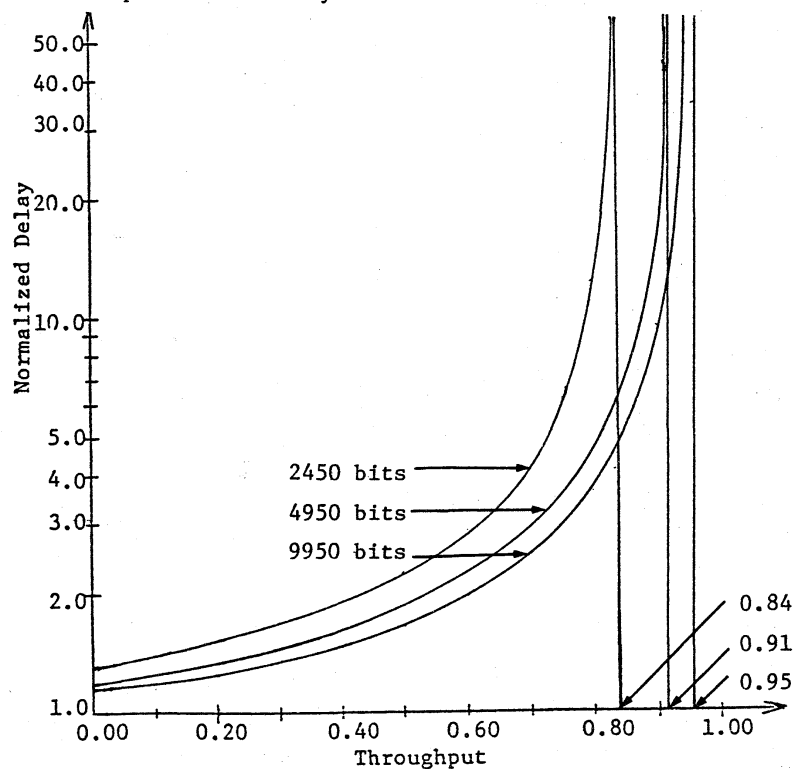


Figure 6. Comparison of packet-lengths.

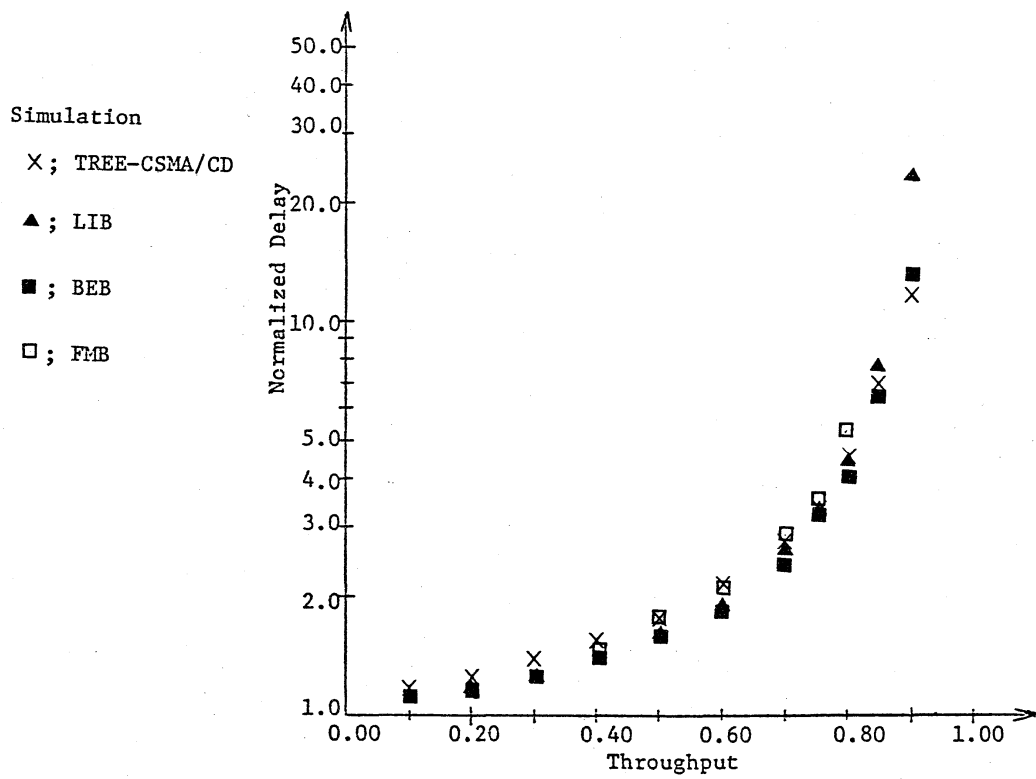


Figure 7. Comparison of protocols.

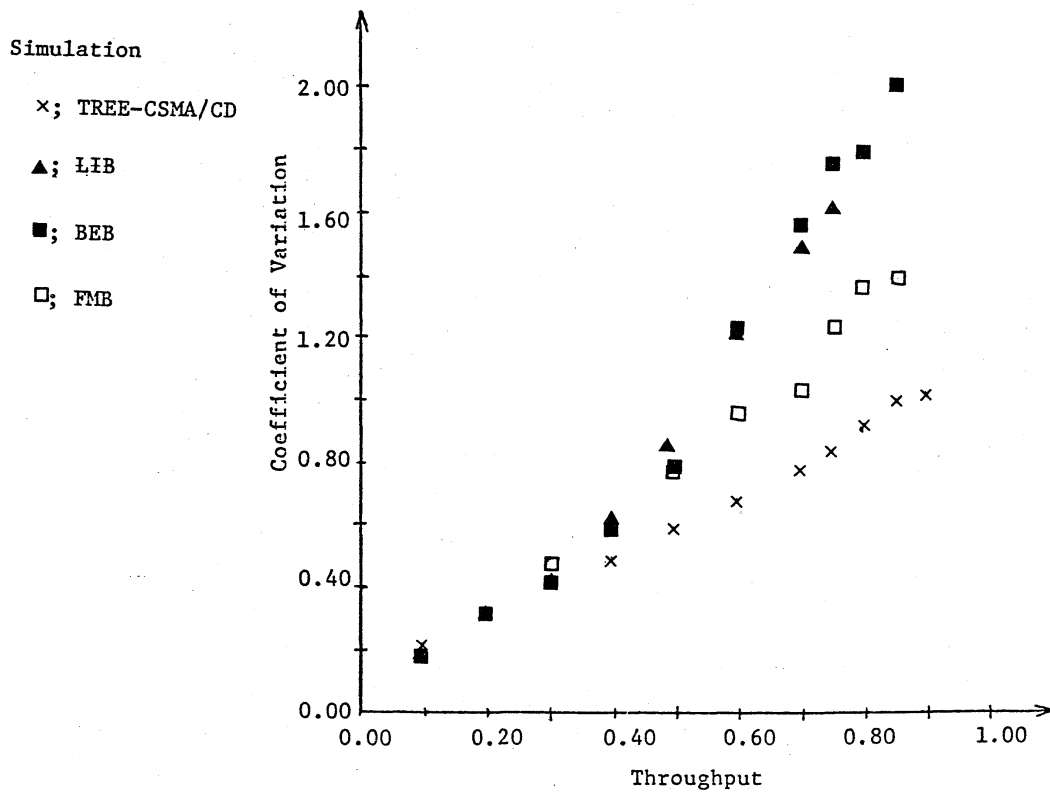


Figure 8. Comparison of protocols.

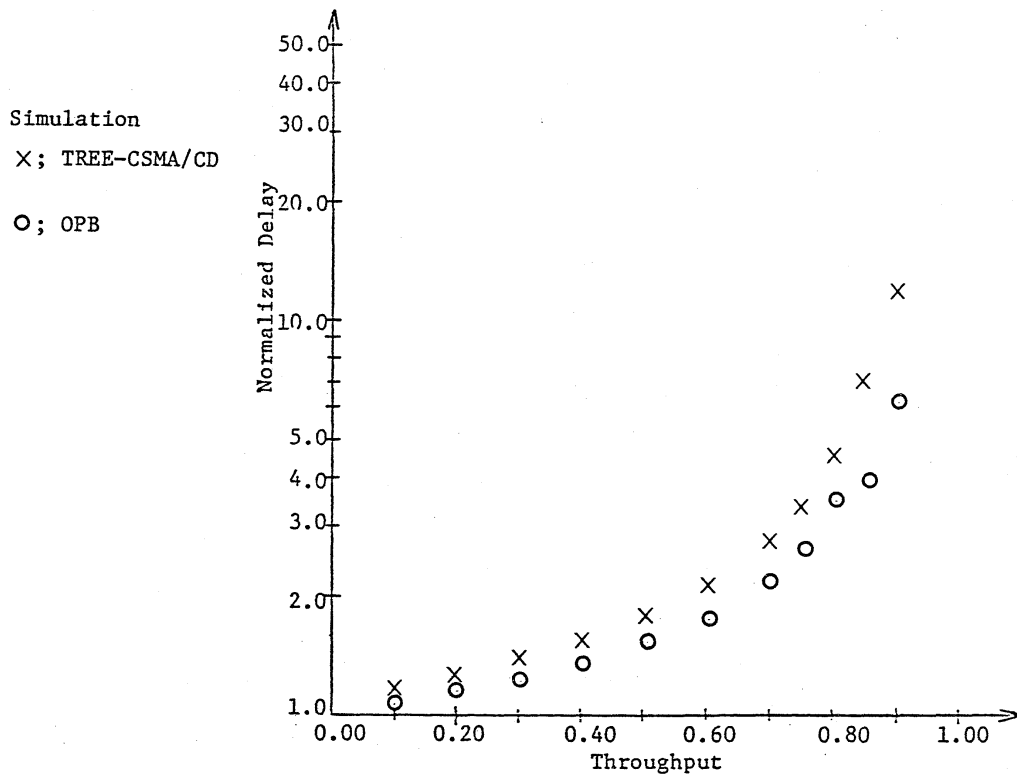


Figure 9. Comparison of TREE-CSMA/CD and OPB.

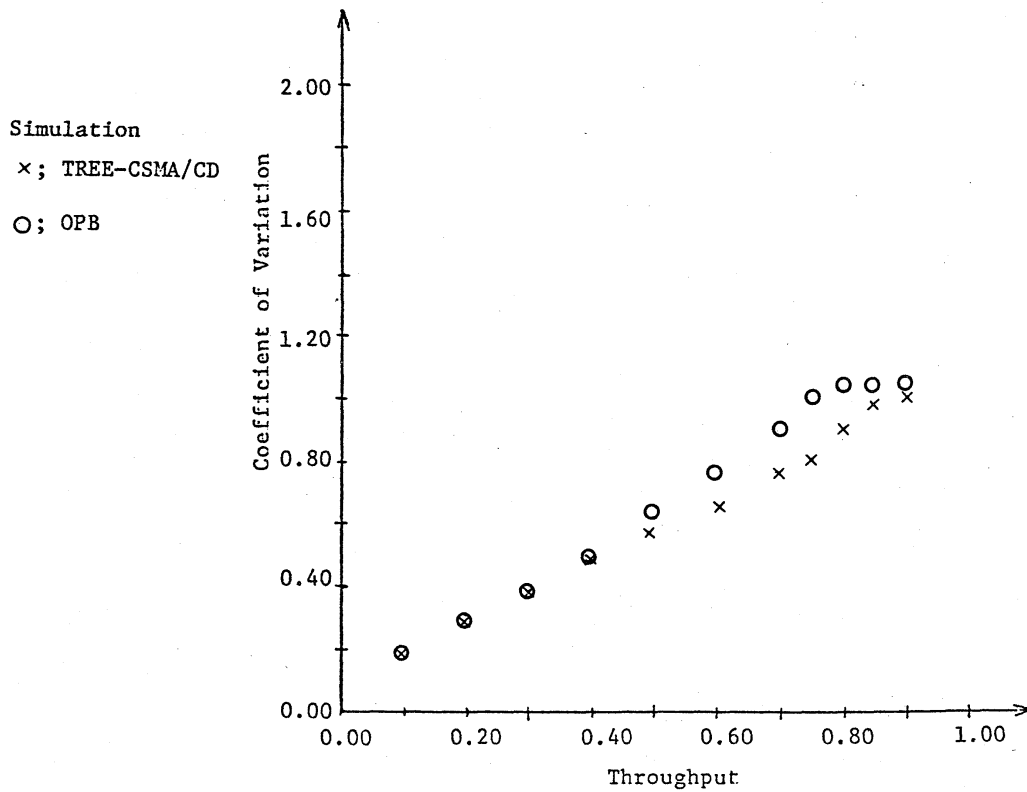


Figure 10. Comparison of TREE-CSMA/CD and OPB.